

Approved For Release STAT  
2009/08/31 :  
CIA-RDP88-00904R000100130

Dec

Approved For Release  
2009/08/31 :  
CIA-RDP88-00904R000100130



Вторая Международная конференция  
Организации Объединенных Наций  
по применению атомной энергии  
в мирных целях

A/CONF/15/P/22 W  
USSR  
ORIGINAL: RUSSIAN

Не подлежит оглашению до официального сообщения на Конференции

25 YEAR RE-REVIEW

ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОБЛЕМЫ МНОГИХ ТЕЛ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ  
В ТЕОРИИ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

Н.Н. Боголюбов

Методы, разрабатываемые для изучения проблемы многих тел находят все расширяющуюся область для применения в самых различных разделах современной физики.

Весьма важным является здесь вопрос о выяснении специфики корреляционной структуры и ее влияния на образование частицами связанного коллектива, обладающего свойствами сверхтекучести.

Типичными примерами могут служить явление сверхтекучести гелия и явление сверхпроводимости, которое, если отвлечься от макроскопических эффектов, обусловленных наличием магнитного поля, может рассматриваться как явление сверхтекучести электронов в металле.

Особенности низко энергетического спектра тяжелых ядер дают основание предполагать появление аналогичной ситуации и в случае ядерной материи.

Интересно отметить, что хотя явление сверхтекучести гелия было открыто много позже явления сверхпроводимости, оно оказалось понятным значительно раньше, очевидно, благодаря специфическим особенностям статистики Бозе.

Так, микроскопическая теория сверхтекучести Бозе-систем была мною разработана свыше десяти лет тому назад, исходя из модели Бозе-газа со слабым взаимодействием.

Как известно, в случае идеального Бозе-газа при достаточно низких температурах образуется конденсат - у конечного относительного числа частиц импульсы оказываются точно равными нулю. При нулевой температуре все частицы входят в это состояние. Однако

-2-

такой конденсат не образует связанного коллектива и поэтому не обладает свойствами сверхтекучести. Если он движется как целое, ничто не препятствует отдельным частицам замедлиться из-за соударений со стенками и с примесями и выпасть из конденсата. Совершенно иначе обстоит дело при наличии хотя бы слабого взаимодействия отталкивательного типа.

Тогда, как было показано в моих работах, конденсат образует связанный коллектив, и при его движении как целого замедление отдельных частиц, выпадение их из конденсата становятся энергетически невыгодными, если только скорость движения достаточно мала. Появляется тем самым свойство сверхтекучести.

Для получения этого результата необходимо было рассмотреть низко энергетическую часть спектра возбуждений. Здесь мы столкнулись с характерной трудностью, состоявшей в том, что обычная теория возмущений оказалась неприменимой, даже если взаимодействие между частицами весьма мало.

Действительно, матричные элементы, соответствующие виртуальному выпадению частиц из конденсата, сопровождаются энергетическими знаменателями вида

$$\frac{p_1^2}{2m} + \dots + \frac{p_s^2}{2m}.$$

Такие знаменатели, вообще говоря, не опасны и при интегрировании по  $p_1, \dots, p_s$  к расходимостям не приводят, кроме одного случая, когда имеет место виртуальное порождение двух частиц с импульсами  $\pm p$ . В этом случае в высших приближениях появляются энергетические знаменатели вида

$$\left( \frac{p^2}{2m} \right)^n,$$

ведущие к расходимости. Физически это означает, что даже тогда, когда взаимодействие пропорционально малому параметру, взаимодействие между частицами с противоположными импульсами будет весьма существенным, если только эти импульсы достаточно малы.

Данная трудность была устранена посредством разработки особого метода канонических преобразований. Вместо Бозе-амплитуд  $b_k, b_k^\dagger$  описывающих выпадение частиц из конденсата и возвращение ее в конденсат, вводятся новые Бозе-амплитуды  $\xi_k, \xi_k^\dagger$  посредством преобразований вида

$$b_k = u_k \xi_k + v_k \xi_k^\dagger,$$

-3-

в которых  $U_k$ ,  $V_k$  - вещественные функции импульса, связанные соотношением

$$U_k^2 - V_k^2 = 1,$$

обеспечивающим канонический характер преобразований. Введенные функции  $U_k, V_k$  были подобраны таким образом, чтобы в рассматриваемом приближении основные члены взаимодействия между "новыми бозонами" аннулировались. Этим путем была получена формула для энергии элементарных возбуждений

$$E(p) = \sqrt{\frac{p^2}{m} n v(p) + \left(\frac{p^2}{2m}\right)^2},$$

в которой  $v(p)$  - амплитуда рассеяния двух частиц в Борновском приближении,  $n$  - плотность числа частиц, или приближенно, для малых и больших импульсов:

$$E(p) = |p| \sqrt{n v(0)}$$

$$E(p) = \frac{p^2}{2m} + n v(p).$$

Отсюда уже нетрудно заметить, например, с помощью известного приема Ландау, что рассмотренная динамическая система обладает свойством сверхтекучести.

Действительно, ввиду трансляционной инвариантности имеется ковариантность по отношению к изменению начала отсчета импульсов. Поэтому, если наша система движется со скоростью  $U$ , то энергия элементарных возбуждений будет

$$E(p) = \vec{p} \cdot \vec{U}.$$

Как видно, эта энергия всегда положительна, если только

$$|\vec{U}| \min_{(p)} \frac{E(p)}{p}.$$

Таким образом, замедление отдельных частиц путем выщелачивания их из коллектива, или, что тоже самое, порождение элементарных возбуждений энергетически не выгодно.

Состояние движения, при достаточно малых скоростях будет, следовательно, стабильным и мы имеем теперь связанный коллектив, обладающий свойством сверхтекучести.

Недавно нам удалось обобщить упоминавшийся метод канонических преобразований и сделать его пригодным для исследования проблемы

-4-

сверхтекучести ферми-систем и прежде всего, для построения теории сверхпроводимости.

Здесь целесообразно будет сказать несколько слов по поводу положения, создавшегося в этой интересной области.

В течение длительного времени, несмотря на ряд успехов частного характера, всякие попытки построения микроскопической теории сверхпроводимости не приводили ни к каким результатам.

Существенный вклад в развитие теории был сделан в 1950 г. Фрелихом, который первый высказал идею о том, что явление сверхпроводимости определяется главным образом взаимодействием электронов с фононами решетки, т.е. тем самым взаимодействием, которое в нормальных условиях обуславливает обычное сопротивление металла.

Хорошо известно, что электроны в металле интенсивно взаимодействуют и между собой, силами кулоновского отталкивания, и с атомными решетками.

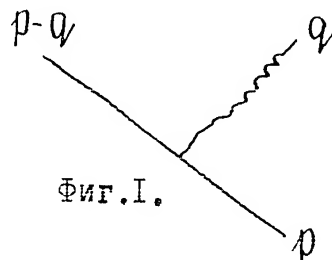
Однако было замечено, что вполне удовлетворительные результаты получаются, если исходить из представления о независимости движений электронов, иначе говоря из представления о том, что электроны в металле образуют идеальный ферми-газ.

Надо только считать, что собственная энергия электрона не равна просто  $\frac{p^2}{2m}$ , а представляется некоторой другой функцией импульса  $E(p)$ . Влияние интенсивного взаимодействия в таком так называемом, одноэлектронном приближении, приводящем к правильным результатам при исследовании целого ряда явлений, сводится лишь к эффективному изменению зависимости энергии частицы от импульса (точнее квазиимпульса) частицы.

Еще в самом начале разработки теории металлов Блох выдвинул идею о том, что сопротивление движению электронов в металле, обуславливается, вообще слабым, взаимодействием их с колебаниями решетки, с фононами.

Элементарное взаимодействие по Блоху состоит в поглощении или испускании фонона электроном (см. фиг. I).

Такая схема и была оформлена Фрелихом с помощью представления вторичного квантования.



-5-

В разработанной им модели гамильтониан рассматриваемой динамической системы состоит из суммы эффективных энергий электронов, энергий фотонов и гамильтониана взаимодействия, соответствующего процессам испускания и поглощения фотонов (см. фиг.1).

Следует подчеркнуть, что задача исследования такой динамической системы представляла весьма большие математические трудности и первоначальные попытки последовательного решения ее терпели неудачу.

Надо, тем не менее, отметить, что эти попытки сыграли важную роль в исследовании вопроса о применимости обычной теории возмущений в данном случае.

Хотя Фрелих и не смог решить поставленную им задачу и построить микроскопическую теорию сверхпроводимости, ему удалось, исходя из общих качественных соображений заключить, что температура фазового перехода из нормального в сверхпроводящее состояние, должна быть при прочих равных условиях пропорциональна энергии, т.е. обратно пропорциональна квадратному корню из массы атома решетки. Такой "изотопический" эффект был вскоре обнаружен на опыте.

После этого важного открытия у многих физиков появилась уверенность в том, что электронно-фононное взаимодействие действительно ответственно за появление свойства сверхпроводимости.

Оставалось, однако, неясным, каким образом это слабое взаимодействие изменяет структуру электронной системы.

Интересную физическую идею развили Шафрот и его сотрудники.

Начиная с 1954 года они подробно обсудили представление о существенной роли парных корреляций, в особенности между электронами, находящимися вблизи поверхности Ферми. Эти коррелированные электроны представлялись им существенными в связи с явлением бозе-эйнштейновской конденсации таких образований. Появление конденсата они трактовали как возникновение сверхпроводящего состояния.

Подчеркнем, что пара электронов, находящаяся в бозе-эйнштейновском конденсате, обладает нулевым полным импульсом. В концепции Шафрота, Батлера и Блатта основным фактором, обеспечивающим образование коррелированных пар, является Фрелиховское притяжение двух электронов в окрестности поверхности Ферми.

Дальнейшее продвижение в развитии теории было достигнуто в работах Купера и Бардина-Купера-Шриффера.

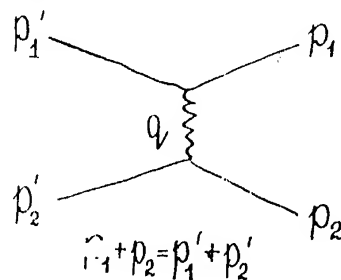
-6-

Работа Купера появилась в 1956 году; краткая заметка Бардина-Купера-Шриффера была опубликована в апреле 1957 года, а подробная работа в декабре 1957 года.

Эти авторы рассмотрели упрощенную схему, в которой запаздывающее взаимодействие электронов, переносимое фононами, заменено мгновенным, прямым взаимодействием электронов. Заметим, что при разложении по степеням электронно-фотонного взаимодействия основным процессом, приводящим к взаимодействию электронов будет процесс обмена одним виртуальным фононом (см. фиг.2).

Соответствующий матричный элемент будет иметь резонансный характер:

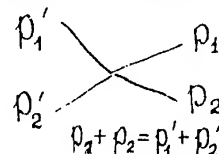
$$T(p, p', q) = g^2 \frac{\omega^2(q)}{\omega^2(q) - (E(p) - E(p'))^2},$$



Фиг.2.

где  $\omega(q)$  — энергия фонона с импульсом  $q$ .

Чтобы рассматривать только прямые, мгновенные взаимодействия между электронами, которые схематически можно изобразить на фиг.3 и вместе с тем сохранить какую то связь с первоначальной задачей Б.К.Ш. должны приписывать таким элементарным взаимодействиям матричный элемент (вертекс)  $T(p, p', q)$ . Ввиду сложности этой функции и ее неприятных особенностей, например обращения в бесконечность с переменной знака, Б.К.Ш. проводят дальнейшее упрощение. Они фактически заменяют функцию  $T(p, p', q)$  некоторой постоянной  $T$  внутри энергетического слоя около границы поверхности Ферми с шириной  $\bar{\omega}$ , равной некоторой средней энергии фонона.



Фиг. 3

Вне этого слоя  $T(p, p', q)$  полагается равной нулю.

Таким образом получается модель, характеризуемая гамильтонианом, состоящим из суммы эффективных энергий электронов и гамильтониана взаимодействия вышеуказанного типа.

Однако и эта достаточно упрощенная модель оказалась весьма сложной для исследования. Три автора пошли здесь еще на следую-



-7-

щее весьма существенное упрощение. Они оставили в гамильтониане взаимодействия только те члены, у которых  $p'_1 + p'_2 = p_1 + p_2 = 0$ .

Таким образом, в своей окончательной схеме они учитывают взаимодействие только между парами электронов с нулевым суммарным импульсом или, иначе говоря, только между парами в состоянии конденсата.

При этом, ввиду постоянства  $T$ , в гамильтониане автоматически остаются только члены взаимодействия между парами, составленными из частиц с противоположными спинами.

Исходя из представления о том, что частицы с противоположными импульсами и спинами образуют связанные пары, указанные авторы выбирают волновую функцию основного состояния в виде произведения парных функций, содержащих параметры. Эти параметры определяются из вариационного принципа минимума энергии.

Вариационный принцип был применен ими также для исследования возбужденных состояний и построения термодинамических функций. Таким путем они установили, что энергии возбужденных состояний отделены щелью от энергии основного состояния и что в их схеме получается свойство сверхпроводимости.

Основные характеристики сверхпроводимости в их теории достаточно просто выражаются через два параметра  $T$ ,  $\bar{\omega}$  и находятся в удовлетворительном качественном согласии с экспериментом.

Однако ввиду того, что делаемые в методе трех авторов упрощения и приближения надлежащим образом не обосновываются, возникли большие сомнения в отношении убедительности разработанной ими теории.

Так, например, в декабрьском номере Progress of Theor. Phys. японские физики Накаджима и Касуя опубликовали по этому поводу заметку, в которой они приходят к выводу о том, что теория Б.К.Ш. не может рассматриваться как действительно микроскопическая теория и должна считаться феноменологической. Одно из возражений, выдвинутых японскими авторами состоит в том, что появление энергетической щели обусловлено только тем, что Б.К.Ш. учитывали лишь взаимодействия пар с нулевым импульсом. Если бы они последовательно учли все взаимодействия типа фиг.3, то щели бы не оказалось.

Это возражение представляется нам совершенно правильным, несмотря на то, что их аргументация, по нашему мнению, неубедительна.

2863-86



-8-

Дело в том, что мы теперь можем показать, что при учете взаимодействий между всеми парами энергетической щели не будет из-за наличия коллективных колебаний с энергиями, начинающимися от нуля.

Таким образом, появление энергетической щели в теории Б.К.Ш. не устанавливается исходя из законов квантовой механики, а фактически навязывается в том месте их рассуждений, где они отбрасывают взаимодействия всех пар, кроме находящихся в конденсате.

Еще до того как в Москве стала известна подробная работа Б.К.Ш., в конце сентября прошлого года, мне удалось показать, что метод разработанный нами для построения микроскопической теории сверхтекучести Бозе-систем может быть обобщен и для последовательного построения теории сверхпроводимости на основе первоначальной модели Фрелиха.

Как уже говорилось, гамильтониан динамической системы в этой модели представляется суммой эффективных энергий электронов, фононов и гамильтониана электронно-фононного взаимодействия.

Было замечено, что применение обычной теории возмущений наталкивается здесь на трудности того самого типа, как и в случае Бозе-систем, о которых упоминалось в начале настоящего доклада.

В самом деле, матричные элементы, соответствующие порождению "частицы" из "вакуума" (ферми-сферы) всегда сопровождаются энергетическими знаменателями:

$$\varepsilon(k_1) + \dots + \varepsilon(k_{2s}) + \omega(q_1) + \dots + \omega(q_r),$$

в которых  $\varepsilon(k) = |E(k) - E_F|$  представляет энергию частицы, электрона ( $E(k) > E_F$ ) или дырки ( $E(k) < E_F$ ), становящаяся малой у поверхности Ферми.

Такие знаменатели вообще не являются "опасными" и при интегрировании по импульсам к расходимости не приводит, кроме того случая, когда имеем дело с виртуальным процессом порождения одной пары без фононов. Тогда в силу законов сохранения частицы этой пары будут иметь противоположно направленные импульсы  $\pm k$ , и энергетический знаменатель  $2\varepsilon(k)$  становится уже опасным при интеграции. Заметим далее, что спины этой пары также будут противоположны.

Обобщая метод канонических преобразований из нашей теории сверхтекучести Бозе-систем, мы ввели новые ферми-амплитуды  $\alpha$  с помощью соотношений:

-9-

$$a_{k,+} = u_k a_{k0} + v_k a_{k1}^+,$$

$$a_{k,-} = u_k a_{k1} - v_k a_{k0}^+,$$

где  $u_k, v_k$  - вещественные функции, связанные равенством:

$$u_k^2 + v_k^2 = 1,$$

гарантирующим канонический характер рассматриваемых преобразований.

Определим  $u_k, v_k$  из интегрального уравнения, выражающего условие обращения в нуль суммарного вклада диаграмм для виртуального процесса рождения двух фермионов  $a_{k0}^+, a_{k1}^+$ . Тем самым мы уничтожим те матричные элементы, которые сопровождаются "опасными" энергетическими знаменателями и ликвидируем препятствие для применения теории возмущений. Таким путем были получены формулы для расчета основного сверхпроводящего состояния и его возбуждений фермионного типа, с характерной энергетической щелью.

Подчеркнем, что проведенные исследования подтвердили правильность, в первом приближении, формул, полученных Б.К.Ш., для расчета основного сверхпроводящего состояния и его фермионных возбуждений.

Мы провели далее, систематическое обследование модели Фрелиха и установили, что в ней, кроме возбуждений фермионного типа, имеются еще коллективные бозонные возбуждения.

Для этого известная методика Гельмана-Брюкнера-Савада была обобщена в духе метода приближенного вторичного квантования, развивавшегося нами ранее совместно с С.В.Тябликовым.

Было установлено наличие двух типов коллективных возбуждений - продольных и поперечных. Энергия продольных колебаний пропорциональна волновому числу. Тем самым в модели Фрелиха энергетической между основным сверхпроводящим состоянием и возбужденными состояниями нет.

Интересно отметить, что именно этого типа возбуждения обеспечивает неустойчивость нормального состояния. Если формально рассчитать их спектр для такого состояния, мы придем к минимальным значениям энергии.

Возбуждения поперечного типа связаны с вращениями, так сказать, имеют ротационный характер.

Заметим сейчас, что модель Фрелиха, с физической точки зрения

2863-86

имеет тот весьма существенный недостаток, что в ней свойство сверхпроводимости получается всегда. Это, очевидно, обусловлено тем, что в ней не учтено явным образом кулоновское отталкивание между электронами, противодействующее Фрелиховскому притяжению.

В теории Бардина, для учета этого фактора применен без обоснования следующий прием: из постоянной  $T_{ph}$ , обусловленной электронно-фотонным взаимодействием просто вычитается постоянная  $T_{coul}$ , соответствующая усредненному значению энергии кулоновского взаимодействия электронов:

$$T = T_{ph} - T_{coul}.$$

Для улучшения модели Фрелиха, В.В.Толмачев и Д.В.Широков рассмотрели динамическую систему, в гамильтониане которой, кроме электронно-фотонного взаимодействия, дополнительно введены явным образом члены, соответствующие кулоновскому отталкиванию между электронами.

В результате их исследований оказалось, что условие сверхпроводимости отличается от Бардиновского тем, что вычитаемую  $T_{coul}$  необходимо предварительно разделить на величину порядка логарифма отношения энергии ферми к средней энергии фонона.

Было проведено также исследование влияния кулоновского отталкивания на энергетический спектр коллективных возбуждений.

Выяснилось, что влияние на поперечные ротонные возбуждения не существенно, и в основном сводится лишь к эффективному изменению параметров. Зато оно оказалось весьма существенным для продольных колебаний. Вместо "квази-звуковых" колебаний в энергетическом спектре появляется ветвь типично плазменных колебаний, правда, с законом дисперсии, резко отличающемся от нормального, при малых импульсах.

Исчерпывает ли эта ветвь все возможности для продольных колебаний, осталось еще не полностью выясненным.

Разработанная нами методика никоим образом не связана со специфическими особенностями электронно-фононного взаимодействия.

Так, В.В.Толмачев и С.В.Тябликов применили ее для исследования общего вопроса о сверхтекучести неидеального ферми-газа со слабым взаимодействием.

При этом получились результаты того же характера, как и те, о которых говорилось выше в отношении теории сверхпроводимости.

-II-

Свойство сверхтекучести проявляется в такой системе, если, грубо говоря, в ней доминируют силы притяжения.

В этом характерное отличие от Бозе систем, где для сверхтекучести благоприятствует силы отталкивания.

В общем, физическая картина структуры сверхпроводящего или сверхтекучести состояния  $\psi_0$  фермионной системы рисуется следующим образом:

В первом приближении  $\psi_0$  является вакуумным состоянием для "новых фермионов", характеризуемых преобразованными амплитудами  $\alpha_k$ .

Ввиду того, что  $\alpha_k$  представляют амплитуды для суперпозиции частиц и дырок  $(k, -k)$ , сфера Ферми вообще расширяется.

Появляются характерные корреляции между частицами  $(k, -k)$  и дырками  $(k, -k)$ . Наглядно можно представить себе положение следующим образом: имеется притяжение как между частицами  $(k, -k)$  так и между дырками  $(k, -k)$ .

Поэтому с точки зрения энергии взаимодействия выгодно разбавлять сферу Ферми дырками  $(k, -k)$ . С другой стороны такое расширение невыгодно для кинетической энергии. Эффективный баланс этих обоих фактов и приводит к наименьшему энергетическому состоянию. В нормальном состоянии, если взять достаточно высокое приближение, мы всегда можем заметить наличие корреляции между частицами с импульсами  $k, -k+Q$ , но при этом значение  $Q=0$  ничем не будет выделено. В состоянии же  $\psi_0$  здесь имеет место разрыв.

Для данной частицы с импульсом  $k$  имеется отличная от нуля вероятность найти другую частицу с импульсом, точно равным  $-k$ .

Нельзя разумеется чрезмерно упрощать положение и говорить о связанных парах частиц. Действительно, если отнестись серьезно к такому представлению и подсчитать энергию связи пары, то мы найдем, что это будет величина того же порядка, что и энергия взаимодействия пар друг с другом.

На самом деле мы имеем связанный коллектив того же типа, как и для Бозе-систем. Если воспользоваться несколько неясной, но обладающей теперь определенной "квази-наглядностью", терминологией квантовой теории поля, можно говорить о виртуальных парах и рассматривать  $\psi_0$  как связанный Бозе-конденсат из таких виртуальных пар.

Аналогия с Бозе-системами подчеркивается еще тем обстоятельством, что, кроме однофермионных возбуждений, соответствующих вына-

2863-86

--12--

дению из коллектива отдельных частиц, имеются и возбуждения всего коллектива в целом.

Как видно, получившаяся картина весьма близка к представлениям, выдвинутым и обсуждавшимся Шафротом, Батлером, Блаттом, начиная с 1954 г.

В заключение заметим, что в настоящее время имеется ряд оснований считать, что структура ядерной материи в какой-то степени подобна электронной структуре сверхпроводящего металла.

В обоих случаях мы имеем дело с системами фермионов, причем в первом, грубом приближении можно исходить из представления о независимости движений частиц.

Влияние интенсивного взаимодействия в таком приближении, приводящем к удовлетворительным результатам при описании целого ряда явлений сводится лишь к эффективному изменению зависимости энергии частицы от импульса.

Однако в случае сверхпроводящего металла низко энергетическая часть спектра существенно обусловлена появлением разрывных, парных корреляций.

Имеются основания полагать, что подобное же положение будет и в случае ядерной материи.

Один из важнейших аргументов в пользу такого утверждения дает тот факт, что при ядерных расщеплениях энергетическими нуклонами имеется сравнительно большой процент вылета дейтронов.

Надо, разумеется, признать, что свойства ядер весьма существенно зависят от их конечных размеров и приближение "ядерной материи" является лишь далеко идущей идеализацией реального положения вещей.

Представим себе, что ядерная материя действительно обладает свойством сверхтекучести.

Тогда, вращательные моменты инерции гипотетических "бесконечно больших" ядер были бы практически равны нулю, так как сверхтекучая жидкость не должна участвовать во вращении.

В реальных ядрах эти моменты имеют существенно меньшие значения, чем для вращений как твердого тела. Этот факт можно интерпретировать как указание на сверхтекучесть ядерной материи, а отличие от нуля вращательных моментов считать обусловленным недостаточностью статистики из-за конечности размеров ядра. Для получения проблемы сверхтекучести ядерной материи нами была предложена некоторая упрощенная модельная схема.

-13-

В ней мы учитываем в гамильтониане только взаимодействия пар нуклонов с противоположными импульсами.

Зато такая модель допускает асимптотически-точный расчет (в пределе бесконечного объема) как основного состояния, так и термодинамических функций.

Для исследования вопросов теории конечного ядра, мне кажется, может представить интерес, недавно разработанное обобщение известного метода Фока.